

Musterklausur 2 für PMfE

(Hauptklausur SS '94)

Aufgabe 1 (9 Punkte)

Fragenkatalog

- a) Erläutern Sie die Begriffe „mittlere Lebensdauer“ (MTTF), „mittlere Ausfalldauer“ (MTTR) und „mittlerer Ausfallsabstand“ (MTBF). Benutzen Sie gegebenenfalls eine Skizze.
- b) Was ist ein „n-aus-m-System“?
- c) Wesentliches Sprachelement des Programmiersystems GranAda sind die „Verteilungseinheiten“. Nennen Sie drei Operationen auf Verteilungseinheiten und erläutern Sie sie kurz.
- d) Erläutern Sie den Unterschied zwischen „Messung“ und „Modellierung“ und geben Sie jeweils eine Situation an, in der die Methoden sinnvoll eingesetzt werden können.
- e) Wie ist die „Ausfallrate“ $h(x)$ definiert? Zeichnen Sie die sogenannte „Badewannenkurve“ der Zuverlässigkeitstechnik und erläutern Sie kurz ihre Bedeutung.
- f) Was ist der Unterschied zwischen einer „zeitkontinuierlichen“ und einer „zeitdiskreten“ Markow-Kette?
- g) Was sind „Stellen-“ und „Transitionsinvarianten“ in einem Petri-Netz?
- h) Welche Arten von Transitionen gibt es in einem „deterministic and stochastic Petri net“ (DSPN)? Welche strukturelle Einschränkung ist für die numerische stationäre Analyse nötig?
- i) Nennen Sie zwei Verfahren der „Varianzschätzung“ mit ihren Vor- und Nachteilen. Warum ist die Anwendung solcher Verfahren bei der Simulation erforderlich?

Aufgabe 2 (15 Punkte)

Modellierung eines Ada-Programms mit zeiterweiterten Petri-Netzen

Auf der nächsten Seite ist ein Ada-Programm eines Produzenten-Konsumenten-Systems gegeben. Das Programm enthält eine Klasse von produzierenden und eine Klasse von konsumierenden Prozessen. Ein weiterer Prozeß puffert die Daten.

a) Modellieren Sie das angegebene Ada-Programm als zeiterweitertes Petri-Netz. Dabei werde angenommen, daß die folgenden Anweisungen zeitbehaftet sind:

- PRODUCER_COMPUTE (exponentiell verteilt)
- CONSUMER_COMPUTE (exponentiell verteilt)
- STORE(ITEM) (deterministisch)
- READ(ITEM) (deterministisch)

Die Zeiten aller anderen Anweisungen werden vernachlässigt. Vergeben Sie Namen für die Stellen und Transitionen, die ihre Bedeutungen erkennen lassen.

Hinweis: Modellieren Sie die Produzenten als Marken, die in einem zyklischen Teilnetz kreisen. Modellieren Sie die Konsumenten auf die gleiche Weise. Repräsentieren Sie den Zustand des Puffers durch mehrere Stellen, die die folgenden Informationen enthalten: Puffer-Prozess wartend, Anzahl freie Pufferplätze, Anzahl belegte Pufferplätze. Verbinden Sie anschließend die Teilnetze durch entsprechende Kanten.

```
P: constant := number of producers;  
C: constant := number of consumers;  
B: constant := number of buffer slots;  
type DATA is private;  
  
task BUFFER is  
    entry PUT(ITEM : in DATA);  
    entry GET(ITEM : out DATA);  
end BUFFER  
  
task type PRODUCER;  
task type CONSUMER;  
  
PRODUCERS : array (1..P) of PRODUCER;  
CONSUMERS : array (1..C) of CONSUMER;
```

```

task body PRODUCER is
  ITEM : DATA;
begin
  loop
    PRODUCER_COMPUTE;
    BUFFER.PUT(ITEM);
  end loop;
end PRODUCER;

task body CONSUMER is
  ITEM: DATA;
begin
  loop
    BUFFER.GET(ITEM);
    CONSUMER_COMPUTE;
  end loop;
end CONSUMER;

task body BUFFER is
  FULL_SLOTS := 0;
begin
  loop
    select
      when (FULL_SLOTS < B) =>
        accept PUT(ITEM : in DATA) do
          FULL_SLOTS := FULL_SLOTS + 1;
          STORE(ITEM);
        end PUT;
      or
      when (FULL_SLOTS > 0) =>
        accept GET(ITEM : out DATA) do
          READ(ITEM);
          FULL_SLOTS := FULL_SLOTS - 1;
        end GET;
    end select;
  end loop;
end BUFFER;

```

b) Belegen Sie nun die zeitbehafteten Transitionen mit den entsprechenden Schaltzeiten. Dabei werden die folgenden Mittelwerte angenommen:

- PRODUCER_COMPUTE: 10 ms
- CONSUMER_COMPUTE: 5 ms
- STORE(ITEM): 2 ms
- READ(ITEM): 0.5 ms

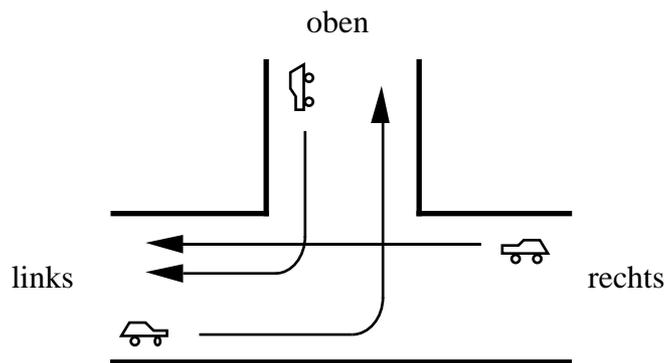
Hinweis: Die Anweisungen PRODUCER_COMPUTE und CONSUMER_COMPUTE können jeweils von mehreren Prozessen durchgeführt werden. Die Schaltzeiten der entsprechenden Transitionen müssen also markierungsabhängig gewählt werden.

- c) Welche Änderung müßte im Petri-Netz vorgenommen werden, um sicherzustellen, daß Konsumenten immer bevorzugt behandelt werden?
- d) Geben Sie einen Ausdruck in DSPNexpress-Notation für die mittlere Anzahl der pro Zeiteinheit konsumierten Daten an.

Aufgabe 3 (9 Punkte)

Synchronisation in Petri-Netzen

Das folgende Bild zeigt eine Situation im Straßenverkehr.



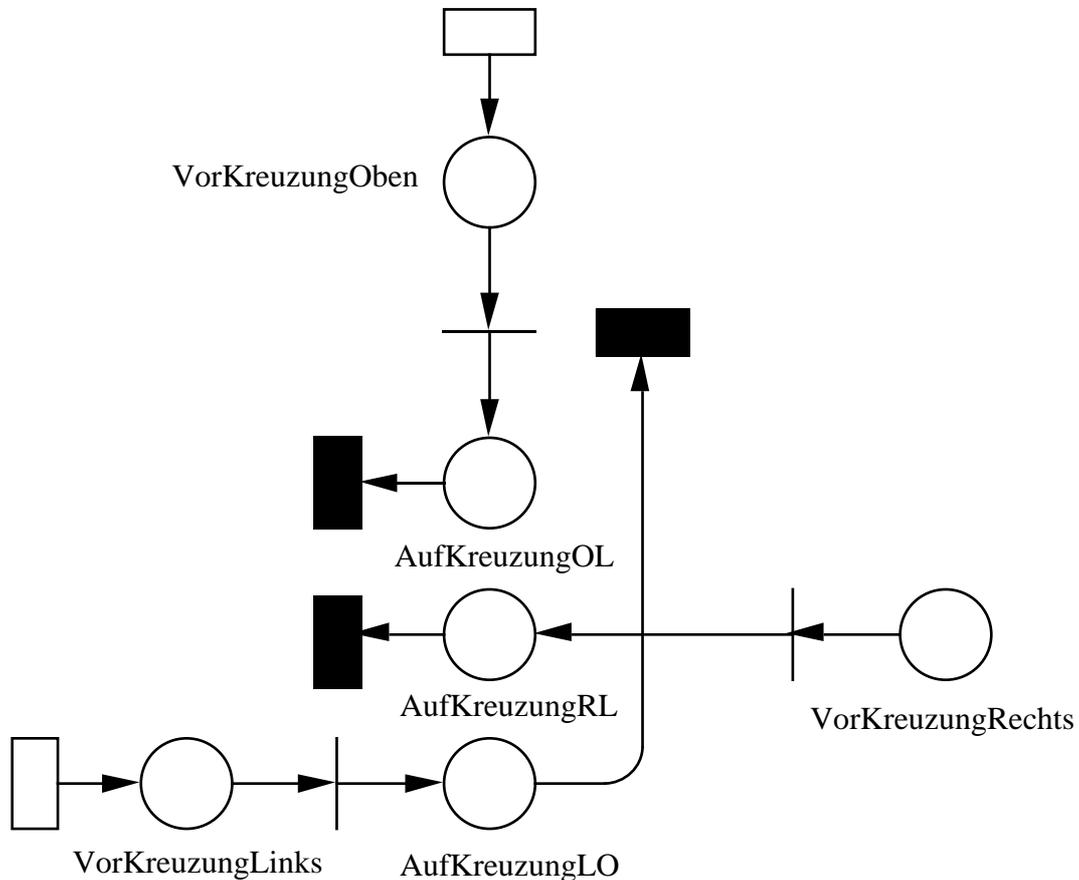
Abgebildet ist eine Kreuzung mit den drei Einmündungen „links“, „rechts“ und „oben“. Fahrzeuge können

1. von links nach oben (LO),
2. von rechts nach links (RL),
3. von oben nach links (OL)

fahren. Das Bild auf der nächsten Seite zeigt ein DSPN-Modell der Situation. Dem DSPN fehlen noch Elemente, um die Synchronisation der Verkehrsströme korrekt nachzubilden.

Der Verkehrstrom wird durch drei Teilnetze modelliert. Marken auf den Stellen *VorKreuzungLinks*, *VorKreuzungRechts* und *VorKreuzungOben* repräsentieren Fahrzeuge, die sich vor der Kreuzung an den jeweiligen Einmündungen befinden. Marken auf den Stellen

AufKreuzungLO, *AufKreuzungRL* und *AufKreuzungOL* repräsentieren Fahrzeuge, die sich auf der Kreuzung in der jeweiligen Fahrtrichtung befinden.



a) Ergänzen Sie das DSPN um weitere Elemente, um die Synchronisation der Verkehrsströme zu modellieren. Folgende Eigenschaften sollen im Modell repräsentiert werden:

1. Fahrzeuge in sich kreuzender Fahrtrichtung dürfen die Kreuzung nicht gleichzeitig befahren,
2. die Vorfahrtsregeln (rechts vor links) sollen beachtet werden,
3. maximal zwei Fahrzeuge dürfen die Kreuzung in gleicher Fahrtrichtung befahren.

Hinweis: Die Verwendung von neun hemmenden Kanten ist ausreichend.

b) Kann es in der gegebenen Situation eine Verklemmung geben? Wie könnte man diese im Petri-Netz erkennen?

d) Die Zeit, die Kreuzung zu passieren, wurde durch Experimente auf 10 Sekunden bestimmt. Geben Sie Ausdrücke in DSPNexpress-Syntax an für

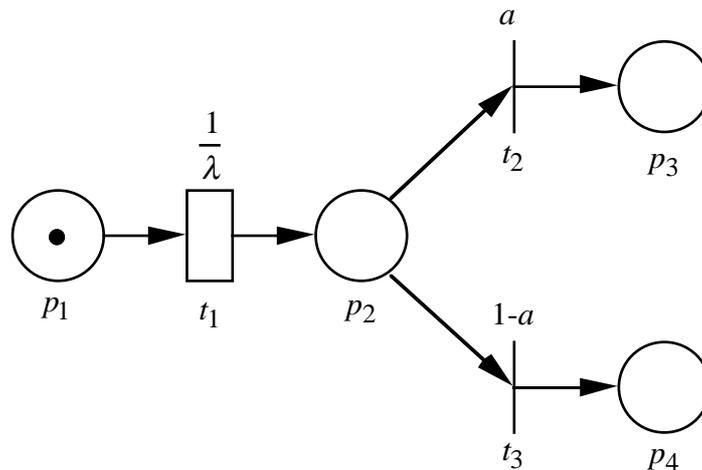
1. den Durchsatz von Fahrzeugen auf der Kreuzung,
2. die Wahrscheinlichkeit, daß mehr als fünf Fahrzeuge vor einer Einmündung warten.

Hinweis: Die deterministischen Schaltzeiten der Transitionen sind durch die Experimente festgelegt.

Aufgabe 4 (17 Punkte)

Analyse von zeiterweiterten Petri-Netzen

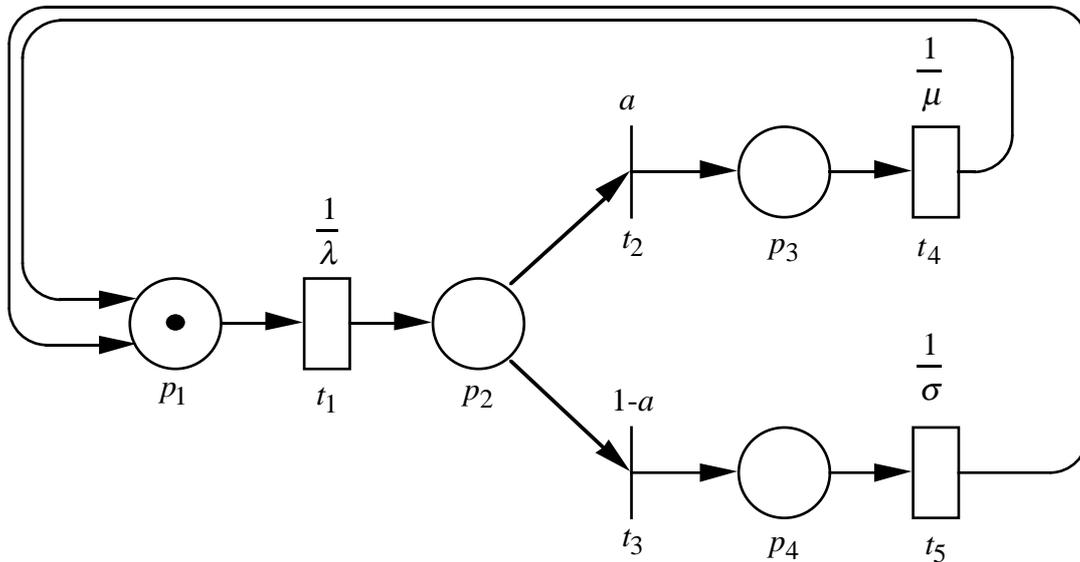
Das folgende Bild zeigt ein zeiterweitertes Petri-Netz. Es modelliert den Ausfall einer Komponente. Die Zeit bis zum Auftreten eines Fehlers ist exponentiell verteilt mit der Rate λ . Mit der Wahrscheinlichkeit a ist der Fehler kritisch und mit der Wahrscheinlichkeit $1-a$ unkritisch.



- a) Erzeugen Sie den reduzierten Erreichbarkeitsgraphen und geben Sie eine Numerierung der Markierungen an.
- b) Ermitteln Sie die zugrundeliegende Markow-Kette. Geben Sie den Zustandsgraph und die Generatormatrix an.
- c) Stellen Sie das Differentialgleichungssystem auf, das die transienten Zustandswahrscheinlichkeiten beschreibt. Geben Sie eine Reihenfolge an, in der die Gleichungen sukzessive gelöst werden können.
- d) Berechnen Sie die transienten Zustandswahrscheinlichkeiten.

- e) Gegen welche Grenzwerte streben die transienten Zustandswahrscheinlichkeiten, falls die Zeit gegen unendlich strebt?

Das Petri-Netz wird nun um Elemente erweitert, die die Reparatur in den beiden Fehlersituationen modellieren:



- f) Erzeugen Sie den reduzierten Erreichbarkeitsgraphen und geben Sie eine Numerierung der Markierungen an.
- g) Ermitteln Sie die zugrundeliegende Markow-Kette. Geben Sie den Zustandsgraph und die Generatormatrix an.
- h) Ermitteln Sie die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten. Stellen Sie dazu das zugehörige lineare Gleichungssystem auf und lösen Sie es.

Hinweis: Direkte Umformung der Gleichungen führt hier schneller zum Ziel als ein Matrix-Schema.